ВСЕРОССИЙСКАЯ С МЕЖДУНАРОДНЫМ УЧАСТИЕМ
СТУДЕНЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА “СПЕКТР-2026”
Липецкого государственного педагогического
университета имени П.П. Семенова-Тян-Шанского

ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ТУРА ПО МАТЕМАТИКЕ и ИИ

Задание 1. Переписи населения в России – это масштабные статистические мероприятия, цель которых – получить точные данные о численности, составе и распределении жителей страны на определённый момент. Первая и единственная всеобщая перепись населения Российской империи состоялась в 1897 году по инициативе географа и статистика Петра Петровича Семёнова-Тян-Шанского (1827-1914), уроженца Липецкого края. В переписных листах фиксировались сведения о биографии, социальном статусе и составе семьи. Первая Всероссийская перепись населения в современной России прошла в 2002 году на основании федерального закона. Всероссийская перепись 2010 года расширила круг вопросов: помимо возраста, образования и национальности, людей спрашивали о благоустройстве жилья, занятости, доступе в интернет и источниках дохода. Далее перепись населения проводилась в 2020-2021 гг. Следующая перепись населения планируется в 2031 г.

Население Липецкой области по годам представлено в таблице:

Год	Количество жителей области
2002	1 213 499
2004	1 200 929
2006	1 180 849
2008	1 168 814
2010	1 173 513
2012	1 165 916
2014	1 159 866
2016	1 156 093
2018	1 150 201
2020	1 139 371
2022	1 138 140
2023	1 126 263
2024	1 116 265
2025	1 108 295
2031	

Вычислите темпы снижения численности населения для 2010, 2020, 2025 гг. относительно 2002 г., среднее значение численности населения, прогнозное значение численности населения Липецкой область на 2031 г. на основе приведённых в таблице данных. Приближённые числовые ответы округлите до сотых.

Выбор вида регрессии и способа аппроксимации на усмотрение участника олимпиады.

Задание 2. Вычислите предел $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2024x^3-2025x^2-2026\cos x}{2027x^3+2028x^2-2029}\right)$.

Задание 3. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ даны координаты вершин $A(0;0;0)$, $B(3;0;0)$, $D(0;4;0)$, $A_1(0;0;5)$.

а) Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AC_1}$.

б) Найдите угол между векторами $\overrightarrow{AB_1}$ и $\overrightarrow{AD_1}$.

Задание 4. Назовём хорошими числа вида $\sqrt{p+q\sqrt{3}}$, а красивыми – вида $\sqrt{r+s\sqrt{13}}$ (где p, q, r, s – целые ненулевые числа, а значения подкоренных выражений положительны). Может ли красивое число быть суммой некоторого количества хороших?

Задание 5. На прямой выставляют n флажков, каждый из которых может быть либо красным, либо синим. Если среди них ровно k красных, то такая расстановка получает вес $a^k b^{n-k}$, где $a, b > 0$ – некоторые фиксированные числа. Для каждого k обозначим через W_k суммарный вес всех расстановок, в которых ровно k красных флажков. При каких k величина W_k максимальна?

Задание 6. В выборах президента школы участвовали два кандидата A и B. В результате победил кандидат A, который набрал 600 голосов, у кандидата B оказалось 400 голосов. Для повышения интереса зрителей ведущий доставал по одному бюллетеню и озвучивал результат. Каждый бюллетень содержал один голос ровно за одного кандидата. Найдите вероятность, что на протяжении всего подведения итогов A всегда имел голосов не меньше, чем B.