МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛИПЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ П.П. СЕМЕНОВА-ТЯН-ШАНСКОГО»
(ЛГПУ имени П.П. Семенова-Тян-Шанского)

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

«ОСНОВЫ АЛГЕБРЫ, ГЕОМЕТРИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА»

Липецк 2025

Цель вступительного испытания: определить уровень математической подготовки абитуриентов.

Задачи вступительного испытания: оценить уровень сформированности математических знаний абитуриента и умений применять их при решении математических задач.

Поступающий в должен:

знать: основные математические понятия, факты и методы, в соответствии с программой средней школы;

уметь: самостоятельно решать математические задачи, проводя необходимые вычисления и рассуждения; грамотно излагать полученные результаты;

владеть: навыками практического использования основных математических понятий, фактов и методов при решении различных задач.

Максимальный балл - 100 баллов.
Минимальный положительный балл - 39 баллов.

Содержание программы

Программа по математике для поступающих в ЛГПУ имени П.П. Семенова-Тян-Шанского состоит из следующих разделов:

1) основные математические понятия и факты - представляет собой полный перечень математических понятий и фактов, которыми должен владеть поступающий;
2) основные формулы и теоремы - содержит основные утверждения и теоремы, используемые при решении задач вступительного экзамена по математике;
3) содержание разделов - описывает наполняемость каждого из разделов;
4) литература - включает наименования пособий, которые могут быть использованы при подготовке к вступительному испытанию;
5) инструкция по выполнению работы;
6) примерный вариант письменной работы по математике;
7) система оценивания письменной экзаменационной работы по математике.

I. Основные математические понятия и факты

Арифметика, алгебра и начала анализа

1. Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное.

2. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

3. Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.

4. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей.

5. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

6. Числовые выражения, выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

7. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.

8. Логарифмы и их свойства.

9. Одночлен и многочлен.

10. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.

11. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, множество значений функции.

12. График функции. Возрастание и убывание функции, периодичность, четность, нечетность.

13. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

14. Определения и основные свойства функций:

а) линейной $y = ax + b$,

б) квадратичной $y = ax^2 + bx + c$,

в) степенной $y = ax^n$ (n є N), $y = \frac{k}{x}$,

г) показательной $y = a^x$ ($a > 0$),

д) логарифмической $y = \log_a x$ ($a > 0$, $a \neq 1$),

е) тригонометрических функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \mathrm{tg} x$, $y = \mathrm{ctg} x$,

ж) арифметического корня$y = \sqrt{x}$.

15. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

16. Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.

17. Система уравнений и неравенств. Решения системы.

18. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формулы n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.

19. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).

20. Преобразование в произведение выражений $\sin a \pm \sin b$, $\cos a \pm \cos b$.

21. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл.

22. Производные функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \mathrm{tg}\, x$, $y = x^n$, $y = a^x$, $y = \ln x$, $y = \log_a x$.

23. Производная суммы, произведения, частного двух функций, производная сложной функции.

24. Статистические характеристики.

25. Понятие вероятности. Простейшие комбинаторные комбинации.

Геометрия

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная. Длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.

2. Примеры преобразования фигур, виды симметрий. Преобразование подобия и его свойства.

3. Векторы. Операции над векторами.

4. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.

5. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношение между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

6. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

7. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор.

8. Центральные и вписанные углы.

9. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

10. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.

11. Подобие. Подобные фигуры, отношение площадей подобных фигур.

12. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.

13. Параллельность прямой и плоскости.

14. Угол между прямой и плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.

15. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.

16. Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы, пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.

17. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

18. Формула объема параллелепипеда.

19. Формулы площади поверхности и объема призмы.

20. Формулы площади поверхности и объема пирамиды.

21. Формулы площади поверхности и объема цилиндра.

22. Формулы площади поверхности и объема конуса.

23. Формула объема шара.

24. Формула площади сферы.

II. Основные формулы и теоремы

Алгебра и начала анализа

1. Свойства функции $y = ax + b$ и ее график.
2. Свойства функции $y = \frac{k}{x}$ и ее график.
3. Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и ее график.
4. Формула корней квадратного уравнения.
5. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.
6. Свойства числовых неравенств.
7. Логарифм произведения, степени, частного.
8. Определение и свойства функций $y = \sin x$, $y = \cos x$ и их графики.
9. Определение и свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и ее график.
10. Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$.
11. Формулы приведения.
12. Зависимость между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
13. Тригонометрические функции двойного аргумента.
14. Формула вероятности. Комбинаторные формулы.

Геометрия

1. Свойства равнобедренного треугольника.
2. Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.

3. Признаки параллельности прямых.
4. Сумма углов треугольника. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.
5. Признаки параллелограмма, его свойства.
6. Окружность, описанная около треугольника.
7. Окружность, вписанная в треугольник.
8. Касательная к окружности и ее свойство.
9. Величина угла, вписанного в окружность.
10. Признаки подобия треугольников.
11. Теорема Пифагора.
12. Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.
13. Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.
14. Признак параллельности прямой и плоскости.
15. Признак параллельности плоскостей.
16. Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.
17. Перпендикулярность двух плоскостей.
18. Теоремы о параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
19. Теорема о трех перпендикулярах.

III. Содержание разделов программы

1. Алгебра

Числа, корни и степени. Целые числа. Степень с натуральным показателем. Дроби, проценты, рациональные числа. Степень с целым показателем. Корень степени $n > 1$ и его свойства. Степень с рациональным показателем и её свойства. Свойства степени с действительным показателем.

Основы тригонометрии. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла.

Логарифмы. Логарифм числа. Логарифм произведения, частного, степени. Десятичный и натуральный логарифмы, число е.

Преобразования выражений. Преобразования выражений, включающих арифметические операции. Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень. Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени. Преобразования тригонометрических выражений. Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования. Модуль (абсолютная величина) числа.

Требования к уровню освоения содержания раздела: Абитуриент должен уметь: выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма; вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

2. Уравнения и неравенства

Уравнения. Квадратные уравнения. Рациональные уравнения. Иррациональные уравнения. Тригонометрические уравнения. Показательные уравнения. Логарифмические уравнения. Равносильность уравнений, систем уравнений. Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными. Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений.

Неравенства. Квадратные неравенства. Рациональные неравенства. Показательные неравенства. Логарифмические неравенства. Системы линейных неравенств. Системы неравенств с одной переменной. Равносильность неравенств, систем неравенств. Использование свойств и графиков функций при решении неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем.

Требования к уровню освоения содержания раздела: Абитуриент должен уметь: решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы; решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод; решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы; моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

3. Функции

Определение и график функции. Функция, область определения функции. Множество значений функции. График функции. Обратная функция. График обратной функции. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат.

Элементарное исследование функций. Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания. Чётность и нечётность функции. Периодичность функции. Ограниченность функции. Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.

Основные элементарные функции. Линейная функция, её график. Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график. Квадратичная функция, её график. Степенная функция с натуральным показателем, её график. Тригонометрические функции, их графики. Показательная функция, её график. Логарифмическая функция, её график.

Требования к уровню освоения содержания раздела: Абитуриент должен уметь: определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции; описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках.

4. Начала математического анализа.

Производная. Понятие о производной функции, геометрический смысл производной. Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Вторая производная и её физический смысл.

Исследование функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах.

Первообразная и интеграл. Первообразные элементарных функций.

Требования к уровню освоения содержания раздела:

Абитуриент должен уметь: находить производную функции; решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения; вычислять производные и первообразные элементарных функций.

5. Геометрия

Планиметрия. Треугольник. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат.

Трапеция. Окружность и круг. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника. Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника.

Прямые и плоскости в пространстве. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых. Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства. Параллельность плоскостей, признаки и свойства. Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трёх перпендикулярах. Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур.

Многогранники. Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма. Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде. Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида. Сечения куба, призмы, пирамиды. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр). Тела и поверхности вращения. Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Шар и сфера, их сечения.

Измерение геометрических величин. Величина угла, градусная мера угла, соотношение между величиной угла и длиной дуги окружности. Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника. Расстояние от точки до прямой. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора. Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы. Объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара.

Координаты и векторы. Координаты на прямой, декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число. Коллинеарные векторы. Компланарные векторы. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.

Требования к уровню освоения содержания раздела:

Абитуриент должен уметь: решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей); решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы; определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами.

6. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.

Элементы комбинаторики. Поочередный и одновременный выбор. Формулы числа сочетаний и перестановок.

Элементы статистики. Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных.

Элементы теории вероятностей. Вероятности событий.

Требования к уровню освоения содержания раздела: Абитуриент должен уметь: моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий.

IV. Литература

Основная литература:

1. Школьные учебники по математике.
2. Виленкин Н.Я., Ивашев-Мусатов О.С., Шварцбурд С.И.. Алгебра и начала математического анализа (профильный уровень) // М.: Мнемозина.
3. Колягин Ю.М., Сидоров Ю.В., Ткачева М.В. и др. Алгебра и начала математического анализа (профильный уровень) // М.: Мнемозина.
4. Мордкович А.Г., Семенов П.В. Алгебра и начала математического анализа (профильный уровень) // М.: Мнемозина.
5. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия (базовый и профильный уровни) // М.: Просвещение.
6. Погорелов А.В. Геометрия (базовый и профильный уровни) // М.: Просвещение.
7. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. И. В. Ященко.- М.: Издательство «Национальное образование», 2022.

Дополнительная литература:

1. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник // М.: Академия, 2002.
2. Крамор В.С. Математика. Учебное пособие. Готовимся к экзамену по математике // М.: Оникс, 2008.
3. Никольский С.М., Потапов М.К. Алгебра и начала математического анализа (базовый и профильный уровень) // М.: Просвещение.
4. Лаппо Л.Д., Попов М.А. ЕГЭ 2022. Математика. 40 тренировочных вариантов ЕГЭ и теоретический справочник. М.: «Экзамен», 2022.
5. Лаппо Л.Д., Попов М.А. ЕГЭ 2022. 100 баллов. Математика. Профильный уровень. Самостоятельная подготовка в ЕГЭ. М.: «Экзамен», 2022.

Интернет-ресурсы:

1. Федеральный институт педагогических измерений https://fipi.ru/.
2. Официальный информационный портал единого государственного экзамена https://obrnadzor.gov.ru/gia/gia-11/.
3. https://ege.sdamgia.ru/. На данном сайте представлены все прототипы задач школьного курса математики, входящих в КИМ ЕГЭ.
4. https://alexlarin.net/. На данном сайте представлены тренировочные варианты Единого государственного экзамена текущего года и предыдущих лет.

V. Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

Экзаменационная работа проводится в письменной форме, на русском языке.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными или синими чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

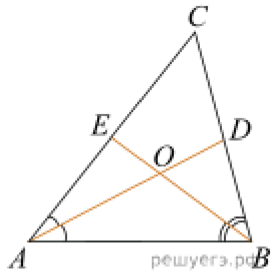
После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов был записан под правильным номером.

VI. Примерный вариант письменной работы по математике

Вариант сформирован на сайте Образовательный портал «РЕШУ ЕГЭ» (https://math-ege.sdamgia.ru).

1. В треугольнике ABC угол C равен 58°, AD и BE — биссектрисы, пересекающиеся в точке O. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.

Решение. Рассмотрим угол AOB в треугольнике AOB:



$$\angle AOB = 180^\circ - (\angle OAB + \angle OBA) =$$
$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) =$$
$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle C) =$$
$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - 58^\circ) = 180^\circ - 61^\circ = 119^\circ.$$

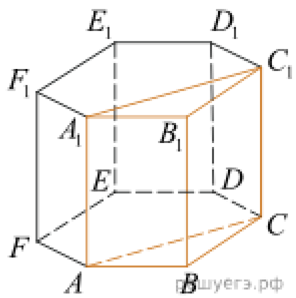
Ответ: 119.

2. Найдите длину вектора $\vec{a}(6; 8)$

Решение. Длина вектора определяется следующим выражением: $\sqrt{6^2 + 8^2} = 10$.

Ответ: 10.

3. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, A_1, B_1, C_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 3.



Решение. Многогранник, объем которого требуется найти, является прямой треугольной призмой. Объем призмы равен произведению площади основания на высоту. Основанием призмы является треугольник. Площадь правильного шестиугольника в основании равна $6\frac{R^2\sqrt{3}}{4}$, площадь треугольника *ABC* равна $\frac{1}{2}R \cdot R\sin 120^\circ = \frac{R^2\sqrt{3}}{4}$, следовательно, площадь треугольника *ABC* равна одной шестой площади основания шестиугольной призмы. Высотой прямой призмы является боковое ребро, его длина равна 3. Таким образом, искомый объем равен $1 \cdot 3$.

Ответ: 3.

4. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.

Решение. Андрей выучил $60 - 3 = 57$ вопросов. Поэтому вероятность того, что на экзамене ему попадется выученный вопрос равна

$$\frac{57}{60} = \frac{19}{20} = 0{,}95.$$

Ответ: 0,95.

5. Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Решение. Пусть A = «чайник прослужит больше года, но меньше двух лет», B = «чайник прослужит больше двух лет», C = «чайник прослужит ровно два года», тогда A + B + C = «чайник прослужит больше года».
События A, B и C несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий. Вероятность события C, состоящего в том, что чайник выйдет из строя ровно через два года — строго в тот же день, час, наносекунду и т. д. — равна нулю. Тогда:

$$P(A+B+C) = P(A)+P(B)+P(C)= P(A)+P(B),$$

откуда, используя данные из условия, получаем

$$0{,}97 = P(A)+0{,}89.$$

Тем самым для искомой вероятности имеем:

$$P(A) = 0{,}97-0{,}89 = 0{,}08.$$

Ответ: 0,08.

6. Найдите корень уравнения $\dfrac{x+89}{x-7}=\dfrac{-5}{x-7}$.
Решение. Если две дроби с равным знаменателем равны, то равны их числители. Имеем:

$$\frac{x+89}{x-7}=\frac{-5}{x-7} \Leftrightarrow \begin{cases} x+89=-5, \\ x-7\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-94, \\ x\neq 7 \end{cases} \Leftrightarrow x=-94.$$

Ответ:-94.

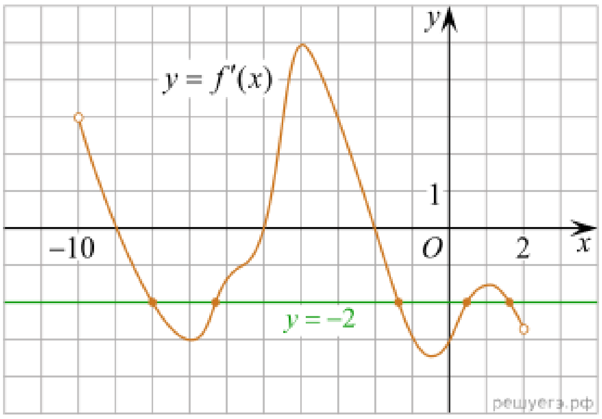
7. Найдите значение $5\operatorname{tg}(5\pi-\gamma)-\operatorname{tg}(-\gamma)$, выражения если $\operatorname{tg}\gamma=7$.

Решение. В силу периодичности тангенса $\operatorname{tg}(5\pi-\gamma)=\operatorname{tg}(-\gamma)$.
Поэтому

$$5\operatorname{tg}(5\pi-\gamma)-\operatorname{tg}(-\gamma)=-5\operatorname{tg}\gamma+\operatorname{tg}\gamma = -4\operatorname{tg}\gamma=-4\cdot 7=-28.$$

Ответ: −28.

8. На рисунке изображен график производной функции *f(x)*, определенной на интервале (−10; 2). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции *f(x)* параллельна прямой $y=-2x-11$ или совпадает с ней.



Решение. Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной. Поскольку касательная параллельна прямой $y=-2x-11$ или совпадает с ней, их угловые коэффициенты равны −2. Найдем количество точек, в которых $f'(x)=-2$, это соответствует количеству точек пересечения графика производной с прямой $y = -2$. На данном интервале таких точек 5.

Ответ: 5.

9. Камень брошен вертикально вверх. Пока камень не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой $h(t) = -5t^2 + 18t$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд камень находился на высоте не менее 9 метров?

Решение. Определим моменты времени, когда камень находился на высоте ровно 9 метров. Для этого решим уравнение $h(t) = 9$:

$$h(t) = 9 \Leftrightarrow -5t^2 + 18t = 9 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -5t^2 + 18t - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 3; \\ t = 0{,}6. \end{array}\right.$$

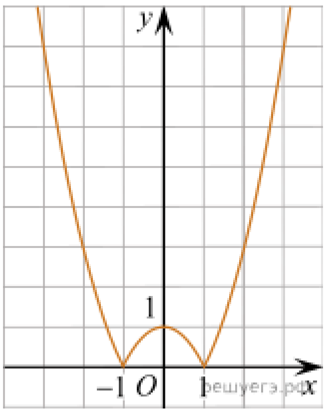
Проанализируем полученный результат: поскольку по условию задачи камень брошен снизу вверх, это означает, что в момент времени $t = 0{,}6$(с) камень находился на высоте 9 метров, двигаясь снизу вверх, а в момент времени $t = 3$(с) камень находился на этой высоте, двигаясь сверху вниз. Поэтому он находился на высоте не менее девяти метров 2,4 секунды.

Ответ: 2,4.

10. Четыре одинаковые рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять таких же рубашек дороже куртки?

Решение. Стоимость четырех рубашек составляет 92% стоимости куртки. Значит, стоимость одной рубашки составляет 23% стоимости куртки. Поэтому стоимость пяти рубашек составляет 115% стоимости куртки. Это превышает стоимость куртки на 15%.

Ответ: 15.



11. На рисунке изображён график фуıкции вида $f(x) = |ax^2 + bx + c|$, где a, b и c — целые числа. Найдите значение $f(4)$.

Решение. По рисунку определяем, что $f(x) = |x^2 - 1|$, значит, $a = 1$, $b = 0$ и $c = -1$. Тогда $f(4) = |4^2 - 1| = 15$.

Ответ: 15.

12. Найдите точку минимума функции $y = (x+16)e^{x-16}$.

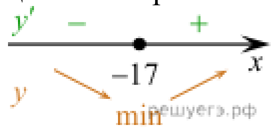
Решение. Найдем производную заданной функции:

$$y' = (x+16)'e^{x-16} + (x+16)\left(e^{x-16}\right)' =$$
$$= e^{x-16} + (x+16)e^{x-16} = (x+17)e^{x-16}.$$

Найдем нули производной:

$$(x+17)e^{x-16}=0 \Leftrightarrow x=-17.$$

Определим знаки производной функции и изобразим на рисунке поведение функции:



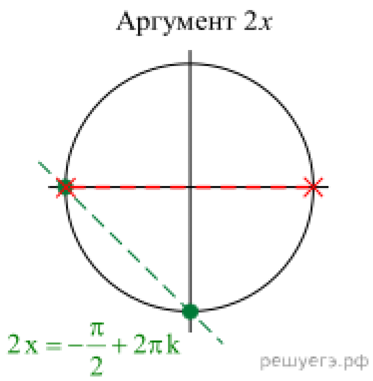
Искомая точка минимума $x=-17$.

Ответ: −17.

13. а) Решите уравнение $1+\operatorname{ctg}2x=\dfrac{1}{\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}-2x\right)}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi;-\dfrac{\pi}{2}\right]$.

Решение. а) Выполним преобразования:



$$1+\operatorname{ctg}2x=\frac{1}{\cos\left(\frac{3\pi}{2}-2x\right)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1+\frac{\cos 2x}{\sin 2x}=-\frac{1}{\sin 2x} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x+\cos 2x=-1, & (1)\\ \sin 2x\neq 0. & (2)\end{cases}$$

Из уравнения (1) находим:

$$\sin 2x+\cos 2x=-1 \Leftrightarrow$$

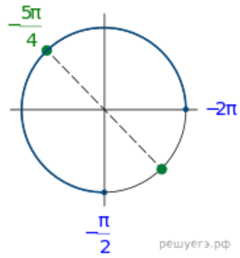
$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\cos 2x+\frac{1}{\sqrt{2}}\sin 2x=-\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 2x=\pi+2\pi k, & (a)\\ 2x=-\dfrac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}. & (b)\end{array}\right.$$

Так как решения уравнения (а) не удовлетворяют условию (2), то окончательно получаем $x=-\dfrac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$.

б) Из решений, найденных в пункте а), промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ принадлежит только одно число: $-\frac{5\pi}{4}.$



Ответ: а) $\left\{-\frac{\pi}{4}+\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$; б) $-\frac{5\pi}{4}.$

Примечание.

Для преобразования выражения $\sin 2x+\cos 2x=-1$ мы воспользовались приемом, называемым введением вспомогательного угла. Можно было бы использовать известное соотношение $\sin\alpha+\cos\alpha=\sqrt{2}\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right).$ Третий путь — свести уравнение к однородному неполному тригонометрическому уравнению второй степени, используя формулы двойных углов. А именно,

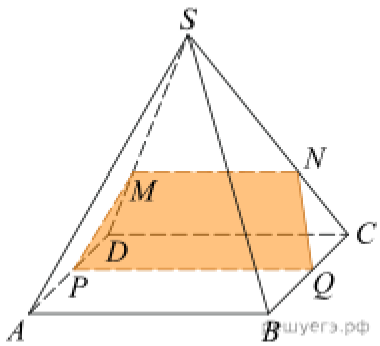
$$\sin 2x+\cos 2x=-1\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 2\sin x\cos x+2\cos^2 x-1=-1\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 2\cos x(\sin x+\cos x)=0,$$

откуда либо $\cos x=0,$ либо $\sin x+\cos x=0.$ Последнее уравнение — однородное тригонометрическое первой степени, оно эквивалентно уравнению $\operatorname{tg} x+1=0.$ Осталось решить полученные простейшие уравнения и отбросить корни, не лежащие в ОДЗ.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

14. Дана правильная четырёхугольная пирамида *SABCD* с вершиной *S*. Точка *M* расположена на *SD* так, что *SM* : *SD* = 2 : 3. *P* — середина ребра *AD*, а *Q* середина ребра *BC*.



а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью *MQP* — равнобедренная трапеция.

б) Найдите отношение объёмов многогранников, на которые плоскость *MQP* разбивает пирамиду.

Решение. а) Пусть плоскость *MPQ* пересекает *SC* в точке *N*. Так как *PD* = *CQ*, $PD\parallel CQ$, то *PDCQ* — параллелограмм,

$PQ \parallel CD$. Поскольку $PQ \parallel CD$, $PQ \subset MPQ$, то $MN \parallel PQ \parallel CD$.

Тогда $\frac{SM}{MD} = \frac{SN}{NC}$, то есть $MD = NC$. Так как $MD = NC$, $CQ = PD$ и $\angle SCB = \angle SDA$, так как пирамида правильная, то $\triangle NCQ = \triangle PDM$, следовательно, $NQ = MP$.

Поскольку $NQ = MP$ и $MN \parallel PQ$, то $MNQP$ — равнобедренная трапеция, что и требовалось доказать.

б) Заметим, что $S_{DPQC} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$, расстояние от точки M до плоскости ABC втрое меньше расстояния от точки S до плоскости ABC . Тогда $\frac{V_{MPDCQ}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{6}$.

По теореме об отношении площадей треугольников с равными углами $\frac{S_{\triangle CQN}}{S_{\triangle CSB}} = \frac{CN}{CS} \cdot \frac{CQ}{CB} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$, расстояние от точки D до плоскости SBC, в 1,5 раза больше чем от точки M. Значит, $\frac{V_{MNCQ}}{V_{SABCD}} = \frac{V_{MNCQ}}{2V_{SBCD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{18}$, из чего следует, что $V_{CQPDMN} = \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{6} \right) V_{SABCD} = \frac{2}{9} V_{SABCD}$, тогда $\frac{V_{CQPDMN}}{V_{PQNMSBA}} = \frac{2}{7}$.

Ответ: б) $\frac{2}{7}$.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	**Баллы**
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

15. Решите неравенство $\dfrac{\log_9(2-x)-\log_{15}(2-x)}{\log_{15}x-\log_{25}x} \leqslant \log_{25}9.$

Решение. Левая часть неравенства определена при $x \in (0,\, 1) \cup (1, 2).$

При $0 < x < 1$ получаем $\log_{15}x < \log_{25}x,\ \log_9(2-x) > \log_{15}(2-x),$ поэтому левая часть неравенства отрицательна и не превосходит $\log_{25}9.$

При $1 < x < 2$ получаем $\log_{15}x > \log_{25}x,\ \log_9(2-x) < \log_{15}(2-x),$ поэтому левая часть неравенства отрицательна и не превосходит $\log_{25}9.$

Таким образом, решение исходного неравенства (0; 1) и (1; 2).

Ответ: $(0;\ 1) \cup (1;\ 2).$

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

16. 15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на *r*% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите *r*.

Решение. Пусть начальная сумма кредита равна S_0, тогда переплата за первый месяц равна $\dfrac{r}{100}S_0.$ По условию, ежемесячный долг перед банком должен уменьшиться равномерно. Этот долг состоит из двух частей: постоянной ежемесячной выплаты, равной $S_0/19,$ и ежемесячной равномерно уменьшающейся выплаты процентов, равной

$$\frac{r}{100}S_0,\ \frac{18}{19}\cdot\frac{r}{100}S_0,\ \ldots,\ \frac{2}{19}\cdot\frac{r}{100}S_0,\ \frac{1}{19}\cdot\frac{r}{100}S_0.$$

Используя формулу суммы членов арифметической прогрессии, найдём полную переплату по кредиту:

$$\frac{r}{100}S_0\left(1+\frac{18}{19}+\ldots+\frac{2}{19}+\frac{1}{19}\right)==\frac{r}{100}S_0\cdot\frac{1+\frac{1}{19}}{2}\cdot 19=\frac{r}{10}S_0.$$

По условию общая сумма выплат на 30% больше суммы, взятой в кредит, тогда:

$$0,1rS_0=0,3S_0\Leftrightarrow r=3.$$

Ответ: 3.

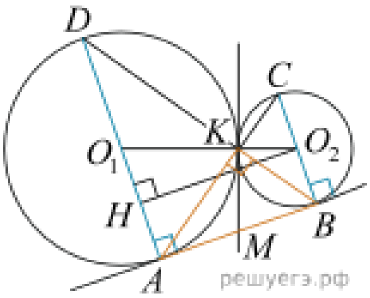
Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

17. Две окружности касаются внешним образом в точке K. Прямая AB касается первой окружности в точке A, а второй — в точке B. Прямая BK пересекает первую окружность в точке D, прямая AK пересекает вторую окружность в точке C.

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB, если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.



Решение. а) Обозначим центры окружностей O_1 и O_2 соответственно. Пусть общая касательная, проведённая к окружностям в точке K, пересекает AB в точке M. По свойству касательных, проведённых из одной точки, $AM = KM$ и $KM = BM$. Треугольник AKB, у которого медиана равна половине стороны, к которой она проведена, — прямоугольный.

Вписанный угол AKD прямой, поэтому он опирается на диаметр AD. Значит, $AD\perp AB$. Аналогично получаем, что $BC\perp AB$. Следовательно, прямые AD и BC параллельны.

б) Пусть, для определенности, первая окружность имеет радиус 4, а радиус второй равен 1.

Треугольники BKC и AKD подобны, $\frac{AD}{BC}=\frac{DK}{KB}=4.$ Пусть $S_{BKC}=S,$ тогда $S_{AKD}=16S.$

У треугольников AKD и AKB общая высота, следовательно,

$$\frac{S_{AKD}}{S_{AKB}} = \frac{DK}{KB} = \frac{AD}{BC},$$

то есть $S_{AKB} = 4S$. Аналогично, $S_{CKD} = 4S$. Площадь трапеции $ABCD$ равна $25S$.

Вычислим площадь трапеции $ABCD$. Заметим, что $O_1H = O_1A–AH = O_1A–O_2B$. Проведём к AD перпендикуляр O_2H, равный высоте трапеции, и найдём его из прямоугольного треугольника O_2HO_1:

$$O_2H = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1H^2} = 4.$$

Тогда

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot AB = 20.$$

Следовательно, $25S = 20$, откуда $S = 0{,}8$ и $S_{AKB} = 4S = 3{,}2$.

Ответ: б) 3,2.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

18. Найдите все значения a, при каждом из которых модуль разности корней уравнения

$$x^2 - 6x + 12 + a^2 - 4a = 0$$

принимает наибольшее значение.

Решение. Поскольку $x_1 + x_2 = 6$, $x_1x_2 = a^2 - 4a + 12$, получаем:

$$|x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} =$$

$$= \sqrt{-4a^2 + 16a - 12} = 2\sqrt{-a^2 + 4a - 3} = 2\sqrt{1 - (a-2)^2}.$$

Полученное выражение, а вместе с ним и исходное, достигают наибольшего значения при $a = 2$.

Ответ: $a = 2$.

Приведем другое решение.
Преобразуем уравнение:

$$x^2 - 6x + 12 + a^2 - 4a = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 + a^2 - 4a + 4 = 1 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (x-3)^2 + (a-2)^2 = 1.$$

На координатной плоскости *Oxa* это уравнение задает окружность с центром в точке (3; 2) и радиусом 1. Корнями уравнения являются точки пересечения этой окружности с горизонтальной прямой $a = const$.Наибольшая разность корней достигается в том случае, когда эта прямая содержит диаметр окружности, то есть при $a = 2$.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	**Баллы**
Обоснованно получен правильный ответ.	4
С помощью верного рассуждения получены оба верных значения параметра, но – или в ответ включены также и одно-два неверных значения; – или решение недостаточно обосновано	3
С помощью верного рассуждения получено хотя бы одно верное значение параметра	2
Задача сведена к исследованию: – или взаимного расположения трёх окружностей; – или двух квадратных уравнений с параметром	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

19. Вася и Петя решали задачи из сборника, и они оба решили все задачи этого сборника. Каждый день Вася решал на одну задачу больше, чем в предыдущий день, а Петя решал на две задачи больше, чем в предыдущий день. Они начали решать задачи в один день, при этом в первый день каждый из них решил хотя бы одну задачу.

а) Могло ли получиться так, что Вася в первый день решил на одну задачу меньше, чем Петя, а Петя решил все задачи из сборника ровно за 5 дней?

б) Могло ли получиться так, что Вася в первый день решил на одну задачу больше, чем Петя, а Петя решил все задачи из сборника ровно за 4 дня?

в) Какое наименьшее количество задач могло быть в сборнике если каждый из ребят решал задачи более 6 дней, причем в первый день один из мальчиков решил на одну задачу больше чем другой?

Решение. а) Пусть Петя в первый день решил x задач. Тогда в оставшиеся дни он решил $x + 2$, $x + 4$, $x + 6$, $x + 8$ задач. Всего в сборнике оказывается $5x + 20$ задач. Вася в первый день решил $x – 1$ задачу. В следующие дни он решал x, $x + 1$, $x + 2$, $x + 3$, $x + 4$, ... задач. За пять дней решить все задачи Вася не мог. Если Вася решил все задачи сборника за шесть дней, то он решил $6x + 9$ задач. Уравнение $5x + 20 = 6x + 9$ имеет решение $x = 11$. Тем самым приведен пример, удовлетворяющий условию: Вася решил в первый день 10 задач, Петя — 11 задач.

б) Вновь обозначим за x число задач, решенных Петей в первый день. Тогда всего Петя решил $4x + 12$ задач. Вася решал $x + 1$, $x + 2$, $x + 3$, $x + 4$, $x + 5$, ... задач. Если Вася решил все задачи сборника за четыре дня или менее, то он решил не более $4x + 10$ задач. Но тогда Вася решил меньше задач, чем Петя. Противоречие. Если Вася решал задачи пять дней или более, то он решил как минимум $5x + 15$ задач. Тогда Вася решил больше задач, чем Петя. Противоречие.

в) Петя решал задачи не менее семи дней. Начнем со случая, когда он решал задачи ровно семь дней.

Тогда в сборнике оказывается $7x + 42$ задачи. Если Вася решил в первый день на одну задачу больше, чем Петя, то за семь дней он решил $7x + 28$ задач. Следовательно, Вася решал задачи более семи дней. За восемь дней он бы решил $8x + 36$ задач. Уравнение $7x + 42 = 8x + 36$ имеет решение $x = 6$. За девять или более дней Вася бы решил как минимум $9x + 45$ задач, что превосходит число задач в сборнике. Если Вася в первый день решил на одну задачу меньше, чем Петя, то вновь ему, очевидно, придется решать задачи более семи дней. За восемь дней он бы решил $8x + 20$ задач, за девять дней $9x + 27$ задач, за десять дней $10x + 35$ задач, за большее число дней как минимум $11x + 44$ задачи (что заведомо больше числа задач в сборнике). Уравнения $7x + 42 = 8x + 20$, $7x + 42 = 9x + 27$, $7x + 42 = 10x + 35$ не имеют целых решений, меньших 6.

Тем самым, в случае, когда Петя решал задачи ровно семь дней, в сборнике не могло оказаться меньше $7x+42=7\cdot 6+42=84$ задач (напомним, что такое могло быть, если Петя решил в первый день 6 задач, а Вася 7, Петя решал задачи 7 дней, а Вася 8).

Перейдем к случаям, когда Петя решал задачи более семи дней. Перечислим всевозможные значения, которые может принимать сумма $1 + 2 + ... + n$: это 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, ... (так называемые «треугольные числа»).

Если Петя решил весь сборник за 8 дней, то он решил $8x + 56$ задач. Нас интересует, может ли это число быть меньше 84. Необходимо проверить $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$.

При $x = 1$ задач в сборнике $8\cdot 1+56=64$. Вася в первый день решил 2 задачи, то есть всего Вася решил $2 + 3 + 4 + 5 + ...$ задач. Следовательно, 64 должно быть меньше треугольного числа на 1. Противоречие.

При $x = 2$ задач в сборнике $8\cdot 2+56=72$. Вася в первый день решил или 1 задачу, или 3 задачи. Следовательно, 72 должно или совпадать с треугольным числом, либо быть меньше него на $1 + 2 = 3$. Противоречие.

При $x = 3$ задач в сборнике $8\cdot 3+56=80$. Вася в первый день решил или 2, или 4 задачи. Следовательно, 80 должно быть меньше треугольного числа или на 1, или на $1 + 2 + 3 = 6$. Противоречие.

Если же Петя решил весь сборник за 9 дней, то он решил $9x + 72$ задач. Единственная подходящая возможность, чтобы задач в сборнике было меньше 84, это $x = 1$. Но тогда в сборнике 81 задача. В первый день Вася решил 2 задачи. Следовательно, 81 должно быть на 1 меньше треугольного числа. Противоречие.

Если Петя решал сборник более 9 дней, то он решил как минимум $10x + 90$ задач, что заведомо больше 84.

Ответ: а) да; б) нет; в) 84.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	**Баллы**
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты.	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	2
Верно получен один из следующий результатов: — обоснованное решение в п. *а*; — пример в п. *б*; — искомая оценка в п. *в*; — пример в п. *в*, обеспечивающий точность предыдущей оценки.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	4

VII. Система оценивания письменной экзаменационной работы по математике

Оценивание правильности выполнения заданий, предусматривающих краткий ответ, осуществляется сравнением ответа, приведенного в работе, с эталонным. Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Проверка выполнения заданий 13–18 проводится экспертами на основе разработанной системы критериев оценивания. Полное правильное решение каждого из заданий 13, 15 и 16 оценивается 2 баллами; каждого из заданий 14 и 17 – 3 баллами; каждого из заданий 18 и 19 – 4 баллами.

Система оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом основывается на следующих принципах:

1. Возможны различные способы и записи развёрнутого решения. Главное требование – решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений автора работы. В остальном (метод, форма записи) решение может быть произвольным. Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от

выбранного метода решения. При этом оценивается продвижение выпускника в решении задачи, а не недочёты по сравнению с «эталонным» решением. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

2. При решении задачи можно использовать без доказательств и ссылок математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования. Тексты заданий экзаменационной работы в целом соответствуют формулировкам, принятым в учебниках, включённых в федеральный перечень учебников, допущенных Минпросвещения России к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего и среднего общего образования.

Максимальный первичный балл за выполнение экзаменационной работы – 32.

На основе результатов выполнения всех заданий работы определяются первичные баллы, которые затем переводятся в тестовые по 100-балльной шкале.