

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЛИПЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ П.П. СЕМЕНОВА-ТЯН-ШАНСКОГО»  
(ЛГПУ имени П.П. Семенова-Тян-Шанского)**



**УТВЕРЖДАЮ**  
Ректор ФГБОУ ВО  
«ЛГПУ имени П.П. Семенова-Тян-Шанского»

Н.В. Федина  
«28» декабря 2023 г.

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
ПО НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ  
ПРИ ПРИЕМЕ НА ОБУЧЕНИЕ ПО ПРОГРАММАМ МАГИСТРАТУРЫ**

**НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ  
44.04.01 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ**

**МАГИСТЕРСКАЯ ПРОГРАММА  
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ**

**Липецк – 2023**

## Пояснительная записка

Вступительные испытания в магистратуру ФГБОУ ВО «Липецкий государственный педагогический университет имени П.П. Семенова-Тян-Шанского» (ЛГПУ) по направлению подготовки 44.04.01 - Педагогическое образование, профиль подготовки «Математическое образование» проводятся в письменной форме.

Вступительные испытания проводятся на русском языке.

Согласно Положению о приемной комиссии, время проведения вступительного испытания – не более 4 часов для письменных испытаний; для лиц с ОВЗ – увеличение до 1,5 часа.

Результаты испытаний оцениваются по 100-балльной шкале. Минимальный положительный балл – 40. Критерии оценивания письменного экзамена по направлению подготовки приведены в примерной программе письменного экзамена.

### **Примерная программа письменного экзамена для поступающих в магистратуру по направлению 44.04.01-Педагогическое образование профиль подготовки «Математическое образование» и критерии оценок на экзамене**

Содержание программы представлено в виде перечисленных ниже вопросов из следующих дисциплин: алгебры, геометрии, математического анализа, численных методов, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики и других дисциплин, методики преподавания математики.

Письменный экзамен проводится по билетам, содержащим два из перечисленных ниже вопросов по математике и одного вопроса по методике преподавания математики, которые оцениваются в соответствии с прилагаемыми критериями оценок.

## Программа

### Примерные вопросы к письменному экзамену

#### *Математика*

1. Бинарные отношения. Отношения эквивалентности и разбиение на классы, фактор-множество.
2. Группа. Примеры групп. Простейшие свойства группы. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп.
3. Кольцо. Примеры колец. Простейшие свойства кольца. Подкольцо. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец.
4. Система натуральных чисел. Принцип математической индукции.
5. Кольцо целых чисел. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух чисел.
6. Поле. Простейшие свойства поля. Поле рациональных чисел. Примеры полей. Упорядоченное поле. Система действительных чисел.
7. Поле комплексных чисел. Числовое поле. Геометрическое представление комплексных чисел и операций над ними. Тригонометрическая форма комплексного числа.
8. Равносильные системы линейных уравнений. Критерий совместности системы линейных уравнений. Исследование систем линейных алгебраических уравнений. Правило Крамера. Метод Гаусса.

9. Векторное пространство. Примеры и простейшие свойства векторных пространств. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис и ранг конечной системы векторов.
10. Следствие системы линейных уравнений. Равносильные системы линейных уравнений. Критерий совместности системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения переменных.
11. Базис и размерность конечномерного векторного пространства. Подпространства. Линейные многообразия. Изоморфизмы векторных пространств.
12. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Каноническое разложение составного числа и его единственность.
13. Основные свойства сравнений. Полная и приведенная система вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма. Линейные сравнения с одной переменной.
14. Приложение теории сравнений к выводу признаков делимости. Обращение обыкновенной дроби в десятичную и определение длины периода десятичной дроби.
15. Полиномы над полем. Наибольший общий делитель двух полиномов и алгоритм Евклида. Разложение полинома в произведение неприводимых множителей и его единственность.
16. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Сопряженность мнимых корней полинома с действительными коэффициентами. Неприводимые над полем действительных чисел полиномы.
17. Строеие простого алгебраического расширения поля. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
18. Трехмерное евклидово пространство. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов. Приложения к решению задач.
19. Группа движений (перемещений) плоскости. Классификация движений. Приложения движений к решению задач.
20. Группа преобразований подобия плоскости и ее подгруппы. Приложения преобразований подобия к решению задач.
21. Группа аффинных преобразований плоскости и ее подгруппы. Приложение аффинных преобразований к решению задач.
22. Взаимное расположение двух плоскостей, прямой и плоскости, двух прямых в пространстве (в аналитическом изложении).
23. Проективная плоскость и ее модели. Группа проективных преобразований. Приложение к решению задач.
24. Изображения плоских и пространственных фигур в параллельной проекции. Позиционные и метрические задачи.
25. Система аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства, её непротиворечивость. Связь системы аксиом Вейля с аксиомами школьного курса геометрии.
26. Многоугольники. Площадь многоугольника, теорема существования и единственности. Равновеликость и равноставленность.
27. Плоскость Лобачевского. Непротиворечивость системы аксиом плоскости Лобачевского. Взаимное расположение прямых на плоскости Лобачевского.
28. Топологическое пространство. Топологическое многообразие. Эйлера характеристика двумерного многообразия. Теорема Эйлера для многогранников.
29. Линии и поверхности в евклидовом пространстве. Гладкие линии и гладкие поверхности. Первая квадратичная форма поверхности и ее приложения.
30. Элементы теории множеств. Мощность множества. Счетные множества и их свойства. Счетность множества рациональных чисел. Несчетность множества действительных чисел.
31. Отображение множеств (функция). Предел и непрерывность функции в точке. Основные свойства непрерывных функций на отрезке.

32. Предел числовой последовательности. Существование верхней грани ограниченного сверху множества. Теорема о пределе монотонной последовательности. Число "e".
33. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Необходимый и достаточный признак сходимости последовательности.
34. Определение и свойства степени. Степенная функция. Степень в комплексной области.
35. Показательная функция, ее основные свойства. Разложение в степенной ряд. Показательная функция комплексной переменной. Формулы Эйлера.
36. Логарифмическая функция, ее основные свойства. Разложение в степенной ряд. Логарифмическая функция комплексной переменной.
37. Тригонометрические функции, их основные свойства. Разложение синуса и косинуса в степенной ряд. Синус и косинус в комплексной области.
38. Дифференцируемые функции одной действительной переменной. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования. Производная сложной функции и инвариантность формы первого дифференциала. Дифференцирование обратной функции. Производные и дифференциалы высших порядков.
39. Теорема Лагранжа. Условия постоянства, монотонности и выпуклости функции на промежутке. Экстремумы и точки перегиба.
40. Первообразная и неопределенный интеграл. Интегрирование подстановкой и по частям. Интегрирование элементарных функций.
41. Определенный интеграл и его свойства. Интегрируемость непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям. Формулы приближенного вычисления определенных интегралов.
42. Площадь плоской фигуры и длина дуги. Приложения определенного интеграла к вычислению площади плоской фигуры, объема тела вращения, длины дуги, площади поверхности вращения.
43. Частные производные и дифференцируемость функции в точке. Геометрический смысл дифференцируемости. Производные и дифференциалы высших порядков. Равенство смешанных производных. Дифференцируемость сложных функций и инвариантность формы первого дифференциала. Производная по направлению. Градиент.
44. Неявная и обратная функции. Существование и дифференцируемость неявных функций. Вычисление производных неявных функций. Теоремы об обратной функции. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия экстремума, достаточные условия экстремума. Понятие об условном экстремуме. Общая схема отыскания наибольших и наименьших значений функции нескольких переменных.
45. Числовые ряды. Признаки сходимости: Даламбера и интегральный. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.
46. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Степенные ряды в комплексной области. Круг сходимости.
47. Формула и ряд Тейлора. Биномиальный ряд.
48. Кратные интегралы, их свойства и применения. Криволинейные интегралы. Общая схема применения кратных интегралов Римана к задачам геометрии, механики и физики.
49. Интеграл Лебега по измеримому множеству конечной меры. Связь интеграла Лебега с интегралом Римана. Предельный переход под знаком интеграла.
50. Численные методы в алгебре.
51. Численное решение нелинейных уравнений и систем уравнений. Методы простой итерации, Ньютона, модифицированный метод Ньютона, метод секущих. Сходимость.
52. Приближение функций. Интерполирование алгебраическими многочленами. Погрешность интерполяционной формулы.
53. Задача интерполирования. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка погрешности.

54. Численное дифференцирование и интегрирование. Формула прямоугольников, формула трапеций, формула Симпсона. Оценка погрешности.
55. Решение обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка численными методами (Эйлера, Эйлера-Коши, Рунге-Кутты).
56. Функции комплексной переменной. Дифференцирование и интегрирование функций комплексной переменной. Теорема Коши и интегральная формула Коши. Понятие аналитической функции.
57. Ряды Тейлора и Лорана. Вычеты.
58. Метрические пространства. Открытые и замкнутые множества. Полные метрические пространства. Теорема Банаха о сжимающем отображении и ее приложения.
59. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Линейные уравнения.
60. Существование и единственность решения задачи Коши.
61. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, их применение к изучению свободных и вынужденных колебаний.
62. Алгебра логики.
63. Вероятность случайного события. Основные свойства вероятности. Условная вероятность. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые испытания Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли. Биномиальное распределение. Теорема Пуассона. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа
64. Случайные величины и законы их распределения. Определение случайной величины. Функции распределения случайной величины. Непрерывные и дискретные случайные величины. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Виды распределений: равномерное, биномиальное, пуассоновское, геометрическое. Непрерывные случайные величины. Плотность распределения. Законы равномерного, показательного, нормального распределений непрерывных случайных величин.
65. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание случайной величины. Свойства математического ожидания. Дисперсия. Коэффициент корреляции случайных величин. Другие числовые характеристики случайных величин.
66. Методы проверки статистических гипотез. Статистические гипотезы. Уровень значимости и мощность критерия. Статистические выводы о параметрах нормального распределения. Критерии согласия хи-квадрат.

### ***Методика преподавания математики***

1. Цели обучения математике. Иерархия в установлении образовательных, воспитательных и развивающих целей учебного процесса.
2. Анализ и синтез; индукция и дедукция; наблюдение, сравнение и аналогия; систематизация, обобщение и конкретизация. Многоаспектность их проявления в обучении математики.
3. Обучение математическим понятиям. Методика введения и формирования понятий.
4. Методика работы с теоремой.
5. Задачи в обучении математике. Методические требования к системе задач по теме.
6. Профильная и уровневая дифференциация.
7. Методика изучения натуральных чисел.
8. Методика изучения рациональных чисел.
9. Методика изучения действительных чисел.
10. Методика изучения уравнений и неравенств в школьном курсе математики.
11. Алгоритмы в школьном курсе.
12. Системы уравнений и неравенств. Методика их изучения.

13. Понятие функции в школьном курсе математики.
14. Методика изучения линейной функции.
15. Методика изучения квадратичной функции.
16. Методика изучения показательной и логарифмической функции.
17. Методика изучения степенной функции.
18. Производная. Исследование функции и построение графика.
19. Интеграл в школьном курсе.
20. Проблемы построения школьного курса геометрии.
21. Геометрические построения на плоскости и в пространстве.
22. Геометрические преобразования в школьном курсе геометрии.
23. Параллельность прямых и плоскостей на плоскости и в пространстве.
24. Методика изучения темы "Многоугольники".
25. Перпендикулярность прямых и плоскостей на плоскости и в пространстве.
26. Методика изучения темы "Многогранники".
27. Тела вращения.
28. Векторы на плоскости и в пространстве.
29. Координаты на плоскости и в пространстве.
30. Геометрические величины (длины, углы, площади, объемы).

### **Образец письменного задания и рекомендации по выполнению**

#### **Письменный экзамен в магистратуру**

##### **Билет № 1**

1. Теорема Лагранжа. Условия постоянства, монотонности и выпуклости функции на промежутке. Экстремумы и точки перегиба.
2. Случайные величины и законы их распределения.
3. Анализ и синтез; индукция и дедукция; наблюдение, сравнение и аналогия; систематизация, обобщение и конкретизация. Многоаспектность их проявления в обучении математики.

##### **Рекомендации по выполнению**

По первому вопросу билета абитуриент доказывает теорему Лагранжа, излагает условия постоянства, монотонности и выпуклости функции на промежутке, приводит определения точек экстремума, экстремумов, точек перегиба и условия их наличия. Изложение материала должно сопровождаться иллюстративными примерами.

По второму вопросу абитуриент приводятся основные факты в соответствии со следующим планом: Определение случайной величины. Функции распределения случайной величины. Непрерывные и дискретные случайные величины. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Виды распределений: равномерное, биномиальное, пуассоновское, геометрическое. Непрерывные случайные величины. Плотность распределения. Законы равномерного, показательного, нормального распределений непрерывных случайных величин.

Изложение третьего вопроса основывается на иллюстрации применения перечисленных понятий к изучению материала школьной математики.

#### **Литература, рекомендуемая при подготовке к письменному экзамену**

*При подготовке вопросов к экзамену может быть использована по выбору студента литература, указанная в списке, может использоваться и другая литература.*

1. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков, В.Н. Лекции по математическому анализу. - М.: Дрофа, 2004. - 638с.
2. Баврин И.И. Математический анализ. - М.: Высш. шк., 2006 – 326с.
3. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа. - СПб.: Профессия, 2008. - 432с.

4. Виноградова И.А., Олехник С. Н., Садовничий В. А. Задачи и упражнения по математическому анализу: в 2-х ч.. - М.: Дрофа, 2001. -724с, 710с.
5. Демидович Б.П. Сборник упражнений по математическому анализу. - М.: Астрель, 2004. -558с.
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: Учеб.: В 2 ч.: М., Наука, 1982, М.: Физматлит, 2002.
7. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х т. - М.: Физматлит, 2003. – 479с., 863с., 727с. (2001. – 679с.)
8. Шибинский В.М. Примеры и контрпримеры в курсе математического анализа - М.: Высшая школа, 2007. - 543с.
9. Калитвин А.С. Лекции по математическому анализу. Ч. 1. Введение в математический анализ: учебное пособие. – Липецк: ЛГПУ, 2006. – 83с.
10. Калитвин А.С. Лекции по математическому анализу. Ч. II. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: учебное пособие. – Липецк: ЛГПУ, 2009.- 92с.
11. Калитвин А.С. Ряды: учебное пособие. – Липецк: ЛГПУ, 2008. – 56с.
12. Калитвин А.С. Дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных : учебное пособие. – Липецк: ЛГПУ, 2008. – 86 с.
13. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа.- 7-е изд. - М.: Физматлит, 2004. -570с.
14. Кудрявцев Л.Д. Курс математическо анализа : В 3-х т. - М.: Дрофа, 2004. - 720 с. (2003. – 703с.)
15. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной : учебное пособие для студентов вузов - 4-е изд., стер. - М.: Лидер-М, 2008. – 479с.
16. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной: М.: Физматлит, 2001. - 335с.
17. Баврин И.И. Аналитическая геометрия. М.: ВШ, 2005.
18. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. Спб.: Лань, 2003.
19. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Наука, 2003.
20. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – Спб. Лань, 2004. – 431 С.
21. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. СПб: Лань, 2010. – 480 С. (<http://www.twirpx.com/file/960758/>)
22. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. СПб: Лань, 2008. – 288 С. (<http://www.unibytes.com/MUmqMp7r1.kLqw-Us4P3UgBB>)
23. Калитвин А.С. Курс лекций по обыкновенным дифференциальным уравнениям.- Липецк: ЛГПУ, 2007. 340 с.
24. Калитвин А.С. Курс лекций по обыкновенным дифференциальным уравнениям: издание второе, переработанное.- Липецк: ЛГПУ, 2008. 340 с.
25. Калитвин А.С. Дифференциальные уравнения.- Липецк: ЛГПУ, 2008. 302 с. (Лауреат Всероссийского конкурса «Лучшие издания по математике», организованного и проведенного НМС по математике МО РФ в 2010 году).
26. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. - Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. 176 с.
27. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. - М.: Наука, 1970. 280 с.
28. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. - М.: Наука, 1985. 231 с.
29. Баврин, И.И. Теория вероятностей и математическая статистика / И.И. Баврин. – М.: Высш. шк., 2005.
30. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. - М.: Высш. шк., 2005.
31. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистики / В.Е. Гмурман. - М.: Высш. шк., 2009.

32. Кузнецова, Е.В. Основы теории вероятностей и математической статистики: учебное пособие / Е.В. Кузнецова, Т.П. Фомина. – Липецк: ЛГТУ, 2009.
33. Калитвин В.А. Численные методы. Использование Python: Учебное пособие. –Липецк: ЛГПУ, 2010. -158 с.
34. Калитвин В.А. Численные методы. Использование C++: Учебное пособие. –Липецк: ЛГПУ, 2019. -151 с.
35. Калитвин В.А. Электронный курс «Численные методы». <http://academia48.ru>.

### **Критерии оценок на письменном экзамене**

1. Письменную работу поступающего оценивает экзаменационная комиссия.  
Задание 1 оценивается от 0 до 30 баллов, задание 2 оценивается от 0 до 30 баллов, задание 3 оценивается от 0 до 40 баллов.
2. Оценка задания выставляется в зависимости от полноты его изложения:
  - «0» —отсутствие ответа;
  - «3» —даны отрывочные, не связанные друг с другом фрагменты;
  - «8» —изложение материала соответствует 1/4 необходимого объема;
  - «15» —изложение материала соответствует 1/2 необходимого объема;
  - «23» —изложение материала соответствует 3/4 необходимого объема;
  - «25» —полностью изложен основной материал, но имеются недочеты или негрубые ошибки;
  - «30» —полностью и верно изложен основной материал.
3. Оценка задания выставляется в зависимости от полноты его изложения:
  - «0» —отсутствие ответа;
  - «3» —даны отрывочные, не связанные друг с другом фрагменты;
  - «10» —изложение материала соответствует 1/4 необходимого объема;
  - «20» —изложение материала соответствует 1/2 необходимого объема;
  - «30» —изложение материала соответствует 3/4 необходимого объема решения;
  - «35» —полностью изложен основной материал, но имеются недочеты или негрубые ошибки;
  - «40» —полностью и верно изложен основной материал.
4. Критерии общей оценки по сумме баллов:
  - «0»–«39» —оценка «неудовлетворительно»;
  - «40»–«69» —оценка «удовлетворительно»;
  - «70»–«84» —оценка «хорошо»;
  - «85»–«100» —оценка «отлично».

Автор программы: д.ф.-м.н., профессор

А.С. Калитвин