

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛИПЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ П.П. СЕМЕНОВА-ТЯН-ШАНСКОГО»
(ЛГПУ имени П.П. Семенова-Тян-Шанского)**



УТВЕРЖДАЮ
и.о. ректора ЛГПУ
имени П.П. Семенова-Тян-Шанского

Н.В. Федина
«29» сентября 2017 г.

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ
ПО МАТЕМАТИКЕ
ПРИ ПРИЕМЕ НА ОБУЧЕНИЕ
ПО ПРОГРАММАМ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ –
ПРОГРАММАМ БАКАЛАВРИАТА**

Пояснительная записка

Вступительное испытание по математике проводится в письменной форме, на русском языке

Согласно Положению о приемной комиссии, время проведения вступительного испытания – не более 4 часов для письменных испытаний; для лиц с ОВЗ – увеличение до 1,5 часа.

Испытание проводится в виде письменного экзамена, результаты выполнения которого оцениваются по 100-балльной шкале в соответствии с прилагаемыми критериями оценок, минимальный положительный балл – 27.

Программа содержит перечень и содержание разделов, требования к уровню освоения содержания разделов, перечень основной и дополнительной литературы, систему оценивания письменной экзаменационной работы по математике.

Программа полезна для организации систематической подготовки учащихся к вступительному испытанию по математике, соответствующему профильному уровню ЕГЭ.

Содержание программы представлено в виде перечисленных ниже вопросов из следующих разделов: алгебра, уравнения и неравенства, функции, начала математического анализа, геометрия, элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей. Кроме этого, программа содержит требования к уровню освоения содержания разделов программы, список рекомендуемой при подготовке к письменному испытанию литературы, образец варианта письменной работы, систему оценивания письменной работы.

Содержание разделов программы

1. Алгебра

Числа, корни и степени. Целые числа. Степень с натуральным показателем. Дроби, проценты, рациональные числа. Степень с целым показателем. Корень степени $n > 1$ и его свойства. Степень с рациональным показателем и её свойства. Свойства степени с действительным показателем.

Основы тригонометрии. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла.

Логарифмы. Логарифм числа. Логарифм произведения, частного, степени. Десятичный и натуральный логарифмы, число e .

Преобразования выражений. Преобразования выражений, включающих арифметические операции. Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень. Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени. Преобразования тригонометрических выражений. Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования. Модуль (абсолютная величина) числа.

Требования к уровню освоения содержания раздела:

Абитуриент должен уметь: выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма; вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

2. Уравнения и неравенства

Уравнения. Квадратные уравнения. Рациональные уравнения. Иррациональные уравнения. Тригонометрические уравнения. Показательные уравнения. Логарифмические уравнения. Равносильность уравнений, систем уравнений. Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными. Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем. Применение математических методов для решения содержательных

задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений.

Неравенства. Квадратные неравенства. Рациональные неравенства. Показательные неравенства. Логарифмические неравенства. Системы линейных неравенств. Системы неравенств с одной переменной. Равносильность неравенств, систем неравенств. Использование свойств и графиков функций при решении неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем.

Требования к уровню освоения содержания раздела:

Абитуриент должен уметь: решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы; решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод; решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы; моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

3. Функции

Определение и график функции. Функция, область определения функции. Множество значений функции. График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Обратная функция. График обратной функции. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат.

Элементарное исследование функций. Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания. Чётность и нечётность функции. Периодичность функции. Ограниченность функции. Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.

Основные элементарные функции. Линейная функция, её график. Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график. Квадратичная функция, её график. Степенная функция с натуральным показателем, её график. Тригонометрические функции, их графики. Показательная функция, её график. Логарифмическая функция, её график.

Требования к уровню освоения содержания раздела:

Абитуриент должен уметь: определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции; описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках.

4. Начала математического анализа

Производная. Понятие о производной функции, геометрический смысл производной. Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Вторая производная и её физический смысл.

Исследование функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах.

Первообразная и интеграл. Первообразные элементарных функций. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.

Требования к уровню освоения содержания раздела:

Абитуриент должен уметь: находить производную функции; решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие

значения, нахождение скорости и ускорения; вычислять производные и первообразные элементарных функций.

5. Геометрия

Планиметрия. Треугольник. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат. Трапеция. Окружность и круг. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника. Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника.

Прямые и плоскости в пространстве. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых. Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства. Параллельность плоскостей, признаки и свойства. Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трёх перпендикулярах. Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур.

Многогранники.

Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма. Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде. Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида. Сечения куба, призмы, пирамиды. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

Тела и поверхности вращения. Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Шар и сфера, их сечения.

Измерение геометрических величин. Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности. Угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости, расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора. Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы. Объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара.

Координаты и векторы. Координаты на прямой, декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы. Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение вектора по трём некомпланарным векторам. Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами.

Требования к уровню освоения содержания раздела:

Абитуриент должен уметь: решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей); решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы; определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами; моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

6. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Элементы комбинаторики. Поочередный и одновременный выбор. Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона.

Элементы статистики. Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных.

Элементы теории вероятностей. Вероятности событий. Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач.

Требования к уровню освоения содержания раздела:

Абитуриент должен уметь: моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий; анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах.

Литература, рекомендуемая при подготовке к письменному испытанию

При подготовке вопросов к письменному испытанию может быть использована по выбору абитуриента литература, указанная в списке, может использоваться и другая литература.

Основная литература:

1. Школьные учебники по математике.
2. ЕГЭ 2017. Математика. Типовые тестовые задания. Профильный уровень. Под ред. Ященко И.В. (2017, 56с.)
3. ЕГЭ 2017. Математика. Профильный уровень. 30 вариантов типовых тестовых заданий и 800 заданий части 2. Под ред. Ященко И.В. (2017, 216с.)
4. ЕГЭ 2017. Математика. Профильный уровень. Тематическая рабочая тетрадь. ред. Ященко И.В. (2017, 296с.)
5. ЕГЭ 2017. Математика. Практикум. Профильный уровень. Задания части 2. Сергеев И.Н., Панферов В.С. (2017, 144с.)
6. ЕГЭ 2017. Математика. Профильный уровень. Задание 19. Решение задач и уравнений в целых числах Садовничий Ю.В. (2017, 128с.)
7. ЕГЭ 2017. Математика. Профильный уровень. Тренировочные варианты. Авилов Н.И., Айвазян А.Ж. и др. (2016, 384с.) + Решение заданий.
8. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. Самостоятельная подготовка к ЕГЭ. Высший балл. Ерина Т.М. (2017, 352с.)
9. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. Самостоятельная подготовка к ЕГЭ. Высший балл. Лаппо Л.Д., Попов М.А. (2017, 352с.)
10. Математика. Профильный уровень. Подготовка к ЕГЭ в 2017 году. (2017, 80с.)

Дополнительная литература:

1. Ященко И.В., Семенов А.В., Высоцкий И.Р. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2016 года по математике.
2. Калитвин А.С., Калитвин В.А. Итоговое повторение темы «Функция» при подготовке учащихся к ЕГЭ. – Липецк: ЛГПУ, 2006. – 38с.
3. ЕГЭ 2017. Математика. Типовые тестовые задания. Базовый уровень. Под ред. Ященко И.В. (2017, 56с.)
4. ЕГЭ 2017. Математика. Базовый уровень. Практикум. Экзаменационные тесты. Лаппо Л.Д., Попов М.А. (2017, 80с.)
5. ЕГЭ 2017. Математика. Профильный уровень. Практикум. Экзаменационные тесты. Лаппо Л.Д., Попов М.А. (2017, 56с.)
6. ЕГЭ 2017. Математика. Профильный уровень. Тематические тренировочные задания. Супертренинг. Лаппо Л.Д., Попов М.А. (2017, 56с.)
7. ЕГЭ 2017. Математика. Тематические тренировочные задания. Кочагин В.В. (2016, 208с.)
8. Математика. Базовый уровень. Подготовка к ЕГЭ в 2017 году. (2017, 96с.)

Интернет-ресурсы:

1. Федеральный институт педагогических измерений <http://fipi.ru/>.
2. Официальный информационный портал единого государственного экзамена <http://ege.edu.ru>

3. <http://pemyerz.pf/>. На данном сайте представлены все прототипы задач школьного курса математики. Здесь можно потренироваться в решении задач при подготовке к сдаче теста по остаточным знаниям школьного курса математики.

3. <http://alexlarin.net>. На данном сайте представлены примерные варианты Единого государственного экзамена текущего года и предыдущих лет.

Образец варианта письменной работы

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Ответ: $-0,8$.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1,$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha,$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha,$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta,$$

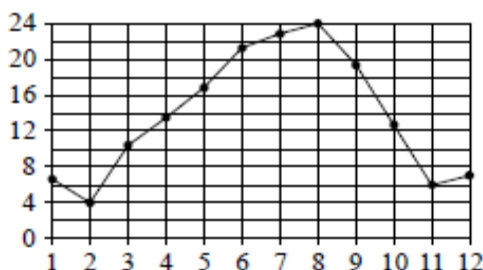
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta.$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите слово ответ и число в ответе. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1. Поезд отправился из Санкт-Петербурга в 23 часа 50 минут (время московское) и прибыл в Москву в 7 часов 50 минут следующих суток. Сколько часов поезд находился в пути? (Источник: демонстрационный вариант ЕГЭ 2017 года).

2. На рисунке точками показана средняя температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 г. По горизонтали указаны номера месяцев; по вертикали - температура в градусах Цельсия. Для наглядности точки соединены линией.



Сколько месяцев средняя температура была больше 18 градусов Цельсия? (Источник: демонстрационный вариант 2017 года).

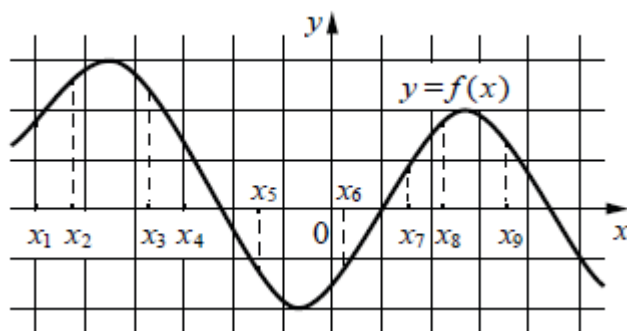
3. В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов. Только в двух билетах встречается вопрос о грибах. На экзамене школьнику достаётся один случайно выбранный билет из этого сборника.

Найдите вероятность того, что в этом билете будет вопрос о грибах. (Источник: демонстрационный вариант ЕГЭ 2017 года).

4. Найдите корень уравнения $3^{x-5} = 81$. (Источник: демонстрационный вариант ЕГЭ 2017 года).

5. Треугольник ABC вписан в окружность с центром O . Угол BAC равен 32° . Найдите угол BOC . Ответ дайте в градусах. (Источник: демонстрационный вариант ЕГЭ 2017 года).

6. На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены девять точек: x_1, x_2, \dots, x_9 .



Найдите все отмеченные точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответе укажите количество этих точек. (Источник: демонстрационный вариант ЕГЭ 2017 года).

7. Найдите площадь треугольника со сторонами 3 см, 4 см и 5 см. Ответ дайте в $см^2$.

8. В первом цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. Эту жидкость перелили во второй цилиндрический сосуд, диаметр основания которого в 2 раза больше диаметра основания первого. На какой высоте будет находиться уровень жидкости во втором сосуде? Ответ выразите в см. (Источник: демонстрационный вариант ЕГЭ 2017 года).

Часть 2

9. Найдите $\sin 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,6$ и $\pi < \alpha < 2\pi$. (Источник: демонстрационный вариант ЕГЭ 2017 года).

10. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 749 МГц. Приёмник регистрирует частоту сигнала, отражённого от дна океана. Скорость погружения батискафа (в м/с) и частоты связаны соотношением

$$v = c \frac{f - f_0}{f + f_0},$$

где $c = 1500$ м/с - скорость звука в воде, f_0 - частота испускаемого сигнала (в МГц), f - частота отражённого сигнала (в МГц). Найдите частоту (в МГц) отражённого сигнала, если батискаф погружается со скоростью 2 м/с. (Источник: демонстрационный вариант ЕГЭ 2017 года).

11. Весной катер идёт против течения реки в $1\frac{2}{3}$ раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в $1\frac{1}{2}$ раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч). (Источник: демонстрационный вариант ЕГЭ 2017 года).

12. Найдите точку максимума функции $y = \ln(x+4)^2 + 2x + 7$. (Источник: демонстрационный вариант ЕГЭ 2017 года).

При записи решений и ответов на задания 13-19 сначала запишите номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

13. а) Решите уравнение $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

(Источник: демонстрационный вариант ЕГЭ 2017 года).

14. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы совпадает с центром основания конуса. Радиус сферы равен $10\sqrt{2}$. Найдите образующую конуса. (Источник: демонстрационный вариант ЕГЭ 2015 года).

15. Решите неравенство $\frac{9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 4}{3^x - 5} + \frac{3 \cdot 3^{x+1} - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5$.

16. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны рёбра: $AB = 3$, $AD = 2$, $AA_1 = 5$. Точка O принадлежит ребру BB_1 и делит его в отношении $2:3$, считая от вершины B . Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , O и C_1 . (Источник: демонстрационный вариант ЕГЭ 2014 года).

17. Строительный подрядчик планирует купить 20 тонн облицовочного кирпича у одного из трёх поставщиков. Один кирпич весит 5 кг. Цена кирпича и условия доставки всей покупки приведены в таблице.

Поставщик	Цена кирпича (руб. за 1 шт.)	Стоимость доставки (руб.)	Специальные условия
А	19	3000	Нет
Б	18	5000	Доставка бесплатная, если сумма заказа превышает 50 000 рублей
В	16	6500	При заказе товара на сумму свыше 50 000 рублей скидка на доставку 50%

Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант покупки с учётом доставки? (Источник: демонстрационный вариант ЕГЭ 2015 года).

18. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |x-5| + |y-4| = 9 \\ |x+2| + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение. (Источник: демонстрационный вариант ЕГЭ 2017 года).

19. На доске написано более 40, но менее 48 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно -3, среднее арифметическое всех положительных из них равно 4, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -8.

а) Сколько чисел написано на доске?

б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?

в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

(Источник: демонстрационный вариант ЕГЭ 2017 года).

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 4 баллами.

Критерии оценивания заданий 13–19.

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа. Содержание критериев выставления баллов зависит от предлагаемого способа решения задачи. Максимальное число баллов за выполнение заданий 13-15 равно 8, за выполнение заданий 16-17 равно 9, а за выполнение задания 19 равно 10.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

При проверке учитывается только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитываются.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.